Universidade de Brasília
Departamento de Ciência da Computação

Sistemas Numéricos
CIC0004 - Algoritmos e Programação de Computadores

Prof. Dr. Vinícius Ruela Pereira Borges

viniciusrpb@unb.br

Brasília-DF, 2018

Roteiro

- Introdução
- Bases numéricas
  1. Binária
  2. Decimal
  3. Hexadecimal
  4. Octal
- Conversão entre bases numéricas
- Operações aritméticas no sistema binário

Introdução

- Um dispositivo eletrônico armazena e transfere informações internamente sob forma eletrônica;
- Geralmente reconhecem...
  - dois estados físicos distintos
  - podem ser produzidos pela eletricidade, pela polaridade magnética ou luz refletida.
- Sabem dizer se um interruptor está ligado ou desligado!

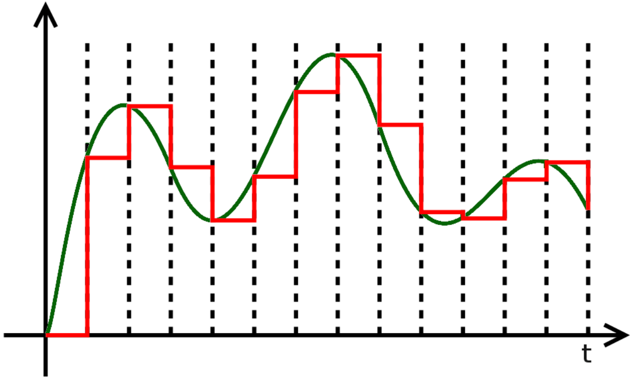
Introdução

- O computador reconhece dois tipos de informações:
  - a presença de energia;
  - a ausência de energia
- Deve-se considerar duas grandezas tratadas por um sistema de computador:
  - Analógica
  - Digital

Introdução: Sinais Analógico e Digital

- **Sinal Analógico:**
  - de natureza contínua, é um sinal elétrico de infinitos valores de tensão e correntes
  - é uma grandeza continuamente variável
- **Sinal Digital:**
  - de natureza discreta, trabalha com dois níveis de sinal, baixo e alto
  - Representam dados por meio de *dígitos*

- Sinal analógico e digital



Sistema digital

- Computadores manipulam números
  - Dados são numericamente representados e assim processados
  - Informação é codificada internamente através de um código numérico
- Qual o código mais comum?
  - Sistema binário

Sistema Binário

- Os dois estados possíveis utilizados pelo computador
  - **0** - desligado
  - **1** - ligado
- Qual o código mais comum?
  - Sistema binário

Sistema Binário

- O *bit* é a menor unidade de informação para representar dados utilizada pelo computador.
    - **Bit** (“BInary digiT”) - menor unidade de informação de um computador
    - **Byte** (“BinarY TErm”) - ligado
- Assim, o sistema binário (base 2) é composto por **dois** algarismos: **0** e **1**.
- Exemplos:

$$(1010)_2 \qquad (10)_2 \qquad (10010101)_2$$

Sistema Decimal

- Sistema decimal (base 10) é o utilizado no nosso dia-a-dia
- Importante para as áreas de técnicas digitais e informática
- Composto por 10 algarismos possíveis: **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8** e **9**.

Sistema Decimal

- Considerar o sistema posicional:
  - Para cada posição à esquerda, o peso vai ser 10 vezes maior do que a posição à direita

$$
\begin{aligned}
534 &= 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 \\
&= 500 + 30 + 4
\end{aligned}
$$

- **Dígito mais significativo (MSD):** é o dígito posicionado mais à esquerda
  - 5
- **Dígito menos significativo (LSD):** é o dígito posicionado mais à direita
  - 4

Sistema Hexadecimal

- Sistema hexadecimal (base 16) é o utilizado nos sistemas computacionais modernos

- Alternativa extremamente viável em relação ao sistema binário

- Representação é comumente empregada em...
  - ... projetos computacionais para hardware e software
  - microprocessadores
  - mapeamento de memória

- Composto por 16 algarismos possíveis: **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8**, **9**, **A**, **B**, **C**, **D**, **E** e **F**.

Sistema Octal

- Sistema hexadecimal (base 8) é pouco utilizado, sendo reconhecido mais como um sistema intermediário entre o binário e o decimal
- Composto por 8 algarismos possíveis: **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6** e **7**
- Exemplos:

$$(17)_8 \qquad (245)_8 \qquad (101010)_8$$

Tabela de conversão entre bases

Decimal	Octal	Binário	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	10	2
3	3	11	3
4	4	100	4
5	5	101	5
6	6	110	6
7	7	111	7
8	10	1000	8
9	11	1001	9

10	12	1010	A
11	13	1011	B
12	14	1100	C
13	15	1101	D
14	16	1110	E
15	17	1111	F
16	20	10000	10
17	21	10001	11
⋮	⋮	⋮	⋮

Conversão de qualquer base para decimal

- Para se converter um número nas bases 2, 8 ou 16 para a base 10, utiliza-se a seguinte equação:

$$N = d_{n-1}B^{n-1} + ... + d_1B^1 + d_0B^0 \tag{1}$$

- em que:
  - N é o número em base decimal
  - n é a posição do dígito no número
  - d_n é o dígito na posição n
  - B é a base original. $B = \{2, 8, 16\}$

Exemplos

- 1010_2 para decimal:

$$
\begin{aligned}
N &= d_{n-1}B^{n-1} + ... + d_1 B^1 + d_0 B^0 \\
N &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\
N &= 8 + 2 \\
N &= 10
\end{aligned}
$$

Conversão de qualquer base para decimal

- Na ocorrência de ponto flutuante na base de origem, considerar para a parte inteira:

$$N = d_{n-1}B^{n-1} + ... + d_1B^1 + d_0B^0$$

- e para a parte fracionária:

$$f = d_{-1}B^{-1} + d_{-2}B^{-2} + ... + d_{-m}B^{-m}$$

  - f é a parte fracionária do número em base decimal
  - m é a quantidade de dígitos na parte fracionária

Exemplos

- $1110,101_2$ para decimal:

$$
\begin{aligned}
c &= d_{n-1}B^{n-1} + ... + d_1B^1 + d_0B^0 \\
c &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\
c &= 8 + 4 + 2 \\
c &= 14
\end{aligned}
$$

- e para a parte fracionária

$$
\begin{aligned}
f &= d_{-1}B^{-1} + d_{-2}B^{-2} + d_{-3}B^{-3} \\
f &= 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\
f &= 1 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{8} \\
f &= 0,5 + 0 + 0,125 \\
f &= 0,625
\end{aligned}
$$

Exemplos

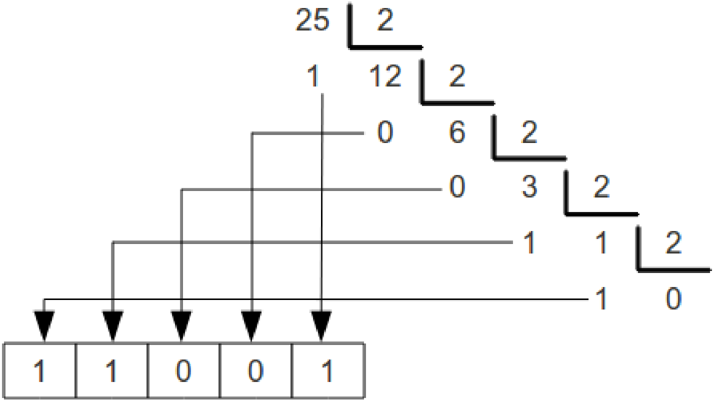
- Somando-se as partes inteira e fracionária, tem-se que:

$$\begin{aligned} N &= c + f \\ N &= 14 + 0,625 \\ N &= 14,625 \end{aligned}$$

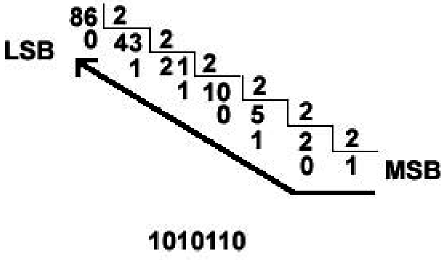
Conversão de sistema decimal para binário

- Método das divisões sucessivas
  - Dividir o número em representação decimal pela base a ser convertida
  - Efetuar sucessivas divisões até o último quociente possível
  - O último quociente é o algarismo + significativo e todos os restos na ordem inversa às divisões

Conversão de sistema decimal para binário

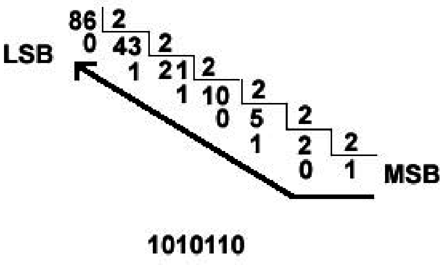


Conversão de sistema decimal para binário



Conversão de sistema decimal para binário

- Números fracionários: separar a parte fracionária da parte inteira
- Utilizar o método das divisões sucessivas na parte inteira e o método das multiplicações sucessivas na parte fracionária
- Exemplo: 86,375



Conversão de sistema decimal para binário

- A parte fracionária:
- $0,375 \times 2 = 0,750$. 1º algarismo é 0.
- $0,750 \times 2 = 1,500$. 2º algarismo é 1.
- $0,500 \times 2 = 1,000$. 3º algarismo é 1.
- O processo é finalizado, pois a parte fracionária se torna nula!
- Resultado final da parte fracionária: $0,375 = 0,011_2$
- Juntando com a parte inteira: $1010110,011_2$

Conversão de sistema binário para octal

- Considerar que um número octal é representado por no máximo **3** bits!
- Analisar o número em representação binária, da direita para a esquerda, dividindo as sequências em grupos de 3 bits
- Converter o número binário representado por cada grupo para sua respectiva representação octal:

$$
\begin{array}{lcccl}
1101011_2 \rightarrow & 1 & 101 & 011 & \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 & 1 & 5 & 3 & \rightarrow 153_8
\end{array}
$$

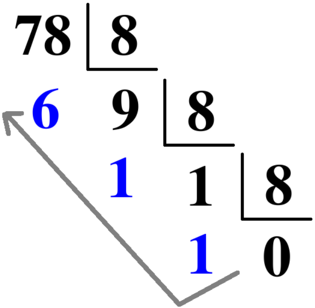
Conversão de sistema binário para hexadecimal

- Considerar que um número hexadecimal é representado por no máximo **4** bits!
- Analisar o número em representação binária, da direita para a esquerda, dividindo as sequências em grupos de 4 bits
- Converter o número binário representado por cada grupo para sua respectiva representação hexadecimal:

$$\begin{array}{cccccc} 1101011_2 \rightarrow & 110 & & 1011 & & \\ & \downarrow & & \downarrow & & \\ & 6 & & B & & \rightarrow 6B_{16} \end{array}$$

Conversão de sistema decimal para octal

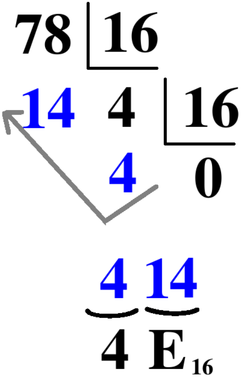
- Dividir sucessivamente o número decimal por 8, aproveitando o resto da divisão para as próximas divisões, até se obter o valor 0 no dividendo.



$$78 = 116_8$$

Conversão de sistema decimal para hexadecimal

- Dividir sucessivamente o número decimal por 16, aproveitando o resto da divisão para as próximas divisões, até se obter o valor 0 no dividendo.



Bibliografia

- Ronald J. Tocci, "Sistemas Digitais - Princípios e Aplicações", 10a edição, Ed. Pearson, 2012.
- William Stallings, "Arquitetura e Organização de Computadores", 5a edição, Ed. Pearson, 2005.